

2022 年联考数学真题及答案解析 (共 25 题)

一、问题求解

1. (2022) 一项工程施工 3 天后, 因故停工 2 天, 之后工程队提高工作效率 20%, 仍能按原计划完成, 则原计划工期为 ().

- A. 9 天 B. 10 天 C. 12 天 D. 15 天 E. 18 天

【答案】D. 难度系数: ★

【答案解析】设原计划工期为 a 天, 则每天的效率为 $\frac{1}{a}$. 由题意得 $1 - \frac{3}{a} = \frac{1}{a} \times 1.2 \times (a - 5)$

$\Rightarrow a = 15$, 故选 D.

2. (2022) 某商品的成本利润为 12%, 若其成本降低 20% 而售价不变, 则利润为 ().

- A. 32% B. 35% C. 40% D. 45% E. 48%

【答案】C. 难度系数: ★

【答案解析】特值法。设原售价为 100, 要使利润为 12%, 则售价为 112. 现在成本降低 20%, 即为 80, 售价仍然是 112, 则现在的利润为: $\frac{112 - 80}{80} = 40\%$, 故选 C.

3. (2022) 设 x, y 为实数, 则 $f(x, y) = x^2 + 4xy + 5y^2 - 2y + 2$ 的最小值 ().

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$ E. 3

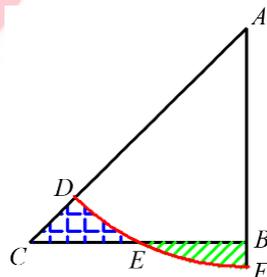
【答案】A. 难度系数: ★

【答案解析】因为 $f(x, y) = (x + 2y)^2 + (y - 1)^2 + 1$, 所以当 $\begin{cases} y - 1 = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -2 \end{cases}$ 时为方

程 $f(x, y)$ 的最小值, 且等于 1, 故选 A.

4. (2022) 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 以 A 为圆心的圆弧交 AC 于 D, 交 BC 于 E, 交 AB 的延长线于 F. 若曲边三角形 CDE 于 BEF 的面积相等, 则 $\frac{AD}{AC} = ()$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ C. $\sqrt{\frac{3}{\pi}}$ D. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ E. $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$



【答案】E. 难度系数: ★★

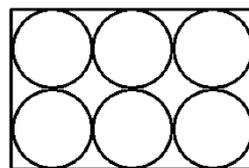
【答案解析】设三角形边长为 a , 则 $AD = \sqrt{2}a$, 设圆弧半径为 r , 则由已知可得:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\text{扇}ADF} \Rightarrow \begin{cases} S_{\triangle ABC} = S_{\text{曲}CDE} + S_{\text{空}} = \frac{1}{2}a^2 \\ S_{\text{扇}ADF} = S_{\text{曲}BEF} + S_{\text{空}} = \frac{1}{8}\pi r^2 \end{cases}, \text{两式相减得 } \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{8}\pi r^2 \Rightarrow \frac{r}{a} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\sqrt{2}a} = \frac{2}{\sqrt{2} \times \sqrt{\pi}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} = \frac{AD}{AC}, \text{ 故选 E.}$$

5. (2022) 如图, 已知相邻的圆都相切。从这 6 个圆中随机取出 2 个, 则这 2 个圆不相切的概率为 () .

A. $\frac{8}{15}$ B. $\frac{7}{15}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{2}{3}$



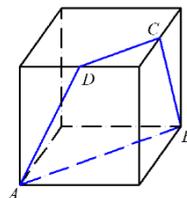
【答案】A. 难度系数: ★

【答案解析】正难则反易。所以其概率为: $1 - \frac{7}{C_6^2} = \frac{8}{15}$, 故选 A.

【技巧解析】由于 $A+B=1, C+D=1$, 再结合题意可知属于高概率事件, 所以在 A、C 中猜蒙。

6. (2022) 如图, 在棱长为 2 的正方体中, A、B 是顶点, C、D 是所在棱的中点, 则四边形 ABCD 的面积为 () .

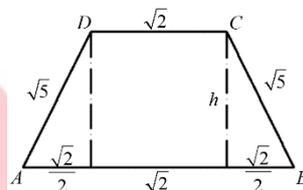
A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $2\sqrt{5}$ E. $3\sqrt{2}$



【答案】A. 难度系数: ★★

【答案解析】由题意不难得出四边形 ABCD 为等腰梯形, 且各

边数据如右图所示, 则 $h^2 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow h = \frac{3}{\sqrt{2}}$, 则



$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \times (\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) \times \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{9}{2}$, 故选 A.

7. (2022) 桌面上放有 8 只杯子, 将其中 3 只杯子翻转 (杯口朝上与朝下互换) 作为 1 次操作。8 只口朝上的杯子经 n 次操作后, 杯口全部朝下, 则 n 的最小值为 () .

A.3 B.4 C.5 D.6 E.8

原始形状: ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑
第一次: ↓ ↓ ↓
第二次: ↑ ↑ ↓
第三次: ↓ ↓ ↓
第四次: ↓ ↓ ↓

【答案】B. 难度系数: ★★★

【答案解析】穷举法。如右图所示操作, 故选 B.

【技巧解析】此题很难理解, 故秒选 B.

8. (2022) 某公司有甲、乙、丙三个部门, 若从甲部门调 26 人到丙部门, 则丙部门人数是甲部门人数的 6 倍; 若从乙部门调 5 人到丙部门, 则丙部门人数与乙部门人数相等, 则甲、乙两部门人数之差除以 5 的余数为 () .

A.0 B.1 C.2 D.3 E.4

【答案】C. 难度系数: ★★

【答案解析】设三个部门原始人数分别为 $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$. 由题不难得出:
$$\begin{cases} 6(a-26) = c+26 \\ b-5 = c+5 \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} 6a = c+182 \\ b = c+10 \end{cases} \Rightarrow 6(a-b) = 122 - 5c$, 由于 $6a$ 一定为偶数, 所以 c 也一定为偶数, 即

$122 - 5c$ 的个位数字一定是 2, 所以除 5 一定余 2, 故选 C.

9. (2022) 在直角 $\triangle ABC$ 中, D 是斜边 AC 的中点, 以 AD 为直径的圆交 AB 于 E, 若 $\triangle ABC$

的面积为 8, 则 $\triangle AED$ 的面积为 () .

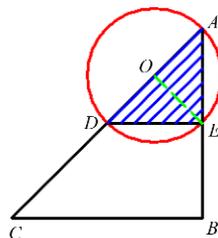
- A.1 B.2 C.3 D.4 E.6

【答案】B. **难度系数: ★★**

【答案解析】化一般为特殊, 就把直角 $\triangle ABC$ 看成是等腰直角三角形。

由 $S_{\triangle ABC} = 8 \Rightarrow AB = CB = 4 \Rightarrow AC = 4\sqrt{2} \Rightarrow AD = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow AE = 2 \Rightarrow S_{\triangle AED} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$, 故选 B.



10. (2022) 一个自然数各个位数上的数字都是 105 的质因数, 且每个质因数最多出现一次, 则这样的自然数有 () .

- A.6 个 B.9 个 C.12 个 D.15 个 E.27 个

【答案】D. **难度系数: ★★**

【答案解析】因为 $105 = 3 \times 5 \times 7$, 穷举法。

如果此自然数是一个质因数的组合数字, 则有 $C_3^1 = 3$ 个不同的数字;

如果此自然数是两个质因数的组合数字, 则有 $A_3^2 = 6$ 个不同的数字;

如果此自然数是三个质因数的组合数字, 则有 $A_3^3 = 6$ 个不同的数字; 故选 D.

11. (2022) 购买 A 玩具和 B 玩具个 1 件需花费 1.4 元, 购买 200 件 A 玩具和 150 件 B 玩具花费 250 元, 则 A 玩具的单价为 () .

- A.0.5 元 B.0.6 元 C.0.7 元 D.0.8 元 E.0.9 元

【答案】D. **难度系数: ★**

【答案解析】设 A、B 玩具的单价分别为 a, b 元, 由题意可得:

$a + b = 1.4, 200a + 150b = 250 \Rightarrow a = 0.8, b = 0.6$, 故选 D.

12. (2022) 甲、乙两支足球队进行比赛, 比分为 4:2, 且在比赛过程中乙队没有领先过, 则不同的进球顺序有 () .

- A.6 种 B.8 种 C.9 种 D.10 种 E.12 种

【答案】C. **难度系数: ★★**

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$

【答案解析】穷举法. 甲进 \rightarrow $\begin{cases} \text{甲进} \rightarrow C_3^2 = 3 \\ \text{乙进} \rightarrow \begin{cases} \text{甲进} \rightarrow C_2^1 = 2 \\ \text{乙进} \rightarrow 1 \end{cases} \end{cases}$, 故选 C.

乙进 \rightarrow 甲进 $\rightarrow \begin{cases} \text{甲进} \rightarrow C_2^1 = 2 \\ \text{乙进} \rightarrow 1 \end{cases}$

13. (2022) 4 名男生和 2 名女生随机站成一排, 女生既不站两端也不相邻的概率为 () .

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{3}$ E. $\frac{1}{5}$

【答案】E. 难度系数：★

任排4男 3空插2女

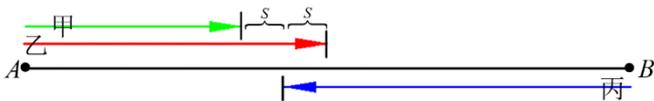
【答案解析】因为 $\frac{A_4^4 \times A_3^2}{A_6^6} = \frac{1}{2}$, 故选 E.
6人任排

14. (2022) 已知 A、B 两地相距 208km, 甲、乙、丙三车的速度分别为 60km/h、80km/h、90km/h. 甲、乙两车从 A 地出发去 B 地, 丙车从 B 地出发去 A 地, 三车同时出发. 当丙与甲、乙两车距离相等时, 用时 ().

- A.70min B.75min C.78min D.80min E.86min

【答案】C. 难度系数：★★

【答案解析】如右图所示, 丙一定在甲、乙之间 (在甲前面且乙后面),



设出发后经过 t 小时, 丙与甲、乙的相隔距离都相等且为 S , 则 $(90+80)t = 208 + S$,

$(90+60)t = 208 - S$, 两式相加, 化简得: $t = \frac{13}{10}h = \frac{13}{10} \times 60 = 78 \text{ min}$, 故选 C.

15. (2022) 如图, 用 4 种颜色对图中五块区域进行涂色, 每块区域涂一种颜色且相邻的两块区域颜色不同, 则不同的涂色方法有 ().

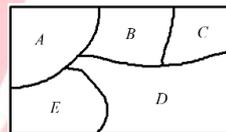
- A.12 种 B.24 种 C.32 种 D.48 种 E.96 种



【答案】E. 难度系数：★

【答案解析】如右图所示, 给图中区域编上号, 分别为 A、B、C、D、E, 则

$A_4^3 \times (1 \times 2 + 1 \times 2) = 96$, 故选 E.
3色任涂 B、C、D
A的涂法 E的涂法 A与C一样
A的涂法 E的涂法 A与C不一样

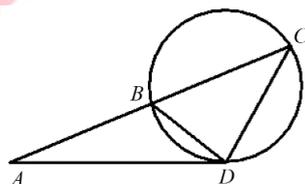


二、条件充分性判断

16. (2022) 如图, AD 与圆相切于点 D, AC 与圆相交于 B、C, 则能确定 $\triangle ABD$ 与 $\triangle BCD$ 的面积比.

(1) 已知 $\frac{AD}{CD}$

(2) 已知 $\frac{BD}{CD}$



【答案】B. 难度系数：★

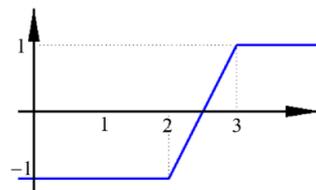
【答案解析】由题干可知 $\angle ADB = \angle ACD$, 即 $\triangle ABD \sim \triangle ADC$. 若 $\frac{AB}{AD} = \frac{AD}{AC} = \frac{BD}{DC} = \lambda$,

则 $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \lambda^2 = \frac{\lambda^2}{1} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC} - S_{\triangle ABD}} = \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2} = \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}$, 所以仅条件 (2) 充分, 故选 B.

17. (2022) 设实数 x 满足 $|x-2| - |x-3| = a$, 则能确定 x 的值.

(1) $0 < a \leq \frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{2} < a \leq 1$



【答案】A. 难度系数：★

【答案解析】因为函数 $f(x) = |x-2| - |x-3|$ 的图像如右图所示, 只有 $-1 < f(x) < 1$ 时存在唯一一个 x 与之对应, 故选 A.

【技巧解析】对于条件 (2), 当 $a=1$ 时, $x=3, 4, 5, \dots$ 均可, 所以不充分, 故选 A.

18. (2022) 两个人数不等的班级, 数学测验的平均成绩不相等, 则能确定人数多的班.

(1) 已知两个班的平均分

(2) 已知两个班的总平均分

【答案】C.

难度系数: ★

【答案解析】设两个班级的人数分别为 x, y ($x \neq y$), 两个班的平均分分别为 a, b ($a \neq b$);

对于条件 (1), 只知 a, b 值; 对于条件 (2), 只知 $\frac{ax+by}{x+y} = \lambda$ 的值, 显然必须联合使用.

两条件联合起来得 $\frac{x}{y} = \frac{\lambda-b}{a-\lambda}$, 和 1 作比较, 一定得知谁大谁小, 即联合充分, 故选 C.

19. (2022) 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边上的点, BD, AB, BC 成等比数列, 则 $\angle BAC=90^\circ$.

(1) $BD=DC$

(2) $AD \perp BC$

【答案】B.

难度系数: ★

【答案解析】题干可得: $\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB} \Leftrightarrow \frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BA} \Leftrightarrow \triangle ABC \sim \triangle DBA$.

条件 (1) 仅说明 D 为 BC 中点, 无其它信息;

由条件 (2) 可得: $\angle BDA=90^\circ$, 即 $\angle BAC=90^\circ$, 所以条件 (2) 充分, 故选 B;

20. (2022) 将 75 名学生分为 25 组, 每组 3 人, 则能确定女生人数.

(1) 已知全是男生的组数和全是女生的组数

(2) 只有 1 名男生的组数与只有 1 名女生的组数相等

【答案】C.

难度系数: ★

【答案解析】所有组的人员构成情况无非“3 男 0 女 (共 a 组)”、“2 男 1 女 (共 b 组)”、“1 男 2 女 (共 c 组)”、“0 男 3 女 (共 d 组)”四种情况, 且 $a+b+c+d=25$;

由条件 (1) 可知 a, d 的值, 由条件 (2) 可知 $b=c$. 联合起来再结合题干可得 a, b, c, d 的具体数值, 即可确定女生人数, 所以联合充分, 故选 C.

21. (2022) 某直角三角形的三边长 a, b, c 成等比数列, 则能确定公比的值.

(1) a 是直角边长

(2) c 是斜边长

【答案】D.

难度系数: ★★

【答案解析】设三边长分别为 $\lambda, \lambda q, \lambda q^2$. 既然题干说“直角三角形的三边长 a, b, c 成等比数列”, 那么 b 就一定是中长直角边且为 λq , 那么两条件其实说的是一回事, 即完全等价的, 且 $q > 1$ 而已, 则根据勾股定理可得仅含 q 的一元四次方程, 再结合 $q > 1$ 可得唯一一个公比

q ，即联合起来充分，故选 D.

22. (2022) 已知 x 为正实数，则能确定 $x - \frac{1}{x}$ 的值.

(1) 已知 $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 的值

(2) 已知 $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 的值

【答案】B.

难度系数：★★

【答案解析】对于条件 (1)，如果 $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \lambda$ ，其中 λ 为已知量，令 $\sqrt{x} = X$ ，则

$X + \frac{1}{X} = \lambda \Rightarrow X^2 - \lambda X + 1 = 0$ ，此方程有无实根都无法判断，所以条件 (1) 不充分；

对于条件 (2)，如果 $x^2 - \frac{1}{x^2} = \lambda$ ，其中 λ 为已知量，令 $x^2 = X$ ，则

$X - \frac{1}{X} = \lambda \Rightarrow X^2 - \lambda X - 1 = 0$ ，因为 $\Delta > 0$ 且 $\frac{c}{a} = -1$ ，则方程一定有一正一负根，舍去负

根，即 x^2 等于唯一一个正数，由于 x 为正实数，则可得 x 等于唯一一个正数，带入题干结论中可得唯一一个数字，即条件 (2) 充分；故选 B.

23. (2022) 已知 a, b 为实数，则能确定 $\frac{a}{b}$ 的值.

(1) $a, b, a+b$ 成等比数列

(2) $a(a+b) > 0$

【答案】E.

难度系数：★★

【答案解析】由条件 (1) 可得： $b^2 = a(a+b) \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{a}{b} + 1$ ，令 $\frac{a}{b} = \lambda \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \lambda + 1$

$\Rightarrow \lambda^2 + \lambda - 1 = 0$ ，因为 $\Delta > 0$ ，所以一定有两个不同的 λ 值，即条件 (1) 不充分；条件 (2)

只是一个定性，没有定量，且有条件 (1) 就可以藐视条件 (2) 的存在，然而条件 (1) 也都不充分，故选 E.

24. (2022) 已知正数列 $\{a_n\}$ ，则 $\{a_n\}$ 是等差数列.

(1) $a_{n+1}^2 - a_n^2 = 2n$

$n = 1, 2, 3, \dots$

(2) $a_1 + a_3 = 2a_2$

【答案】C.

难度系数：★★★

【答案解析】对于条件 (1)，如果 $a_1 = 1$ ，则 $a_2 = \sqrt{3} \Rightarrow a_3 = \sqrt{7}$ ，即条件 (1) 不充分；

条件 (2) 的反例为：1, 1, 1, 2, 2, 2, ...；所以考虑联合使用。

由条件 (1) 的递推规律可得： $a_n^2 - a_{n-1}^2 = 2(n-1), a_{n-1}^2 - a_{n-2}^2 = 2(n-2), \dots, a_2^2 - a_1^2 = 2 \times 1$

$\Rightarrow a_n^2 - a_1^2 = 2 \times \frac{[1+(n-1)](n-1)}{2} = n(n-1)$ 。

$$\begin{cases} a_3^2 - a_1^2 = 6 \Rightarrow a_3^2 = a_1^2 + 6 & \Rightarrow a_1^2 + 2a_1a_3 + (a_1^2 + 6) = 4(a_1^2 + 2) \\ a_2^2 - a_1^2 = 2 \Rightarrow a_2^2 = a_1^2 + 2 & \Rightarrow a_1a_3 = a_1^2 + 1 \Rightarrow a_1^2(a_1^2 + 6) = (a_1^2 + 1)^2, \text{ 则} \\ a_1 + a_3 = 2a_2 \Rightarrow a_1^2 + 2a_1a_3 + a_3^2 = 4a_2^2 \Rightarrow 4a_1^2 = 1 \Rightarrow a_1^2 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$a_n^2 = n^2 - n + \frac{1}{4} = (n - \frac{1}{2})^2 \Rightarrow a_n = n - \frac{1}{2}, \text{ 所以联合充分, 故选 C.}$$

【技巧解析】此题只要判断两条件单独都不充分后即可秒选 C.

25. (2022) 设实数 a, b 满足 $|a - 2b| \leq 1$, 则 $|a| > |b|$.

(1) $|b| > 1$

(2) $|b| < 1$

【答案】A.

难度系数: ★★★

【答案解析】条件 (2) 的反例为: $b = 0, a = 0$, 所以条件 (2) 不充分;

对于条件 (1) 的判断, 方法一: 题干同时平方得 $a^2 - 4ab + 4b^2 \leq 1$, 由于

$$a^2 - 4ab + 4b^2 \geq a^2 - 4|a||b| + 4b^2 = (|a| - 2|b|)^2, \text{ 即 } (|a| - 2|b|)^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq |a| - 2|b| \leq 1,$$

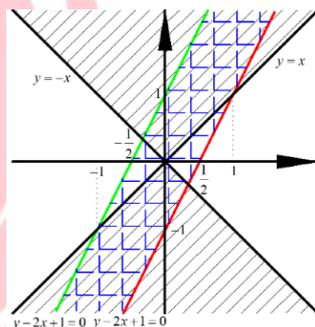
则 $|a| \geq 2|b| - 1 = |b| + (|b| - 1) > |b|$, 所以条件 (1) 充分, 故选 A.

方法二: 换元法. 令 $a = y, b = x$, 则题干等价于: $|y - 2x| \leq 1$,

如右图所示, 表示 $y - 2x = \pm 1$ 之间的蓝色区域, 结论表示斜线

区域. 所以当 $x > 1$ 或 $x < -1$ 即 $|x| > 1$ 时, 蓝色区域一定在斜线

区域内, 即条件 (1) 充分.



【技巧解析】此题属于“非 A 即 B 型”, 找到条件 (2) 的反例即可秒选 A.